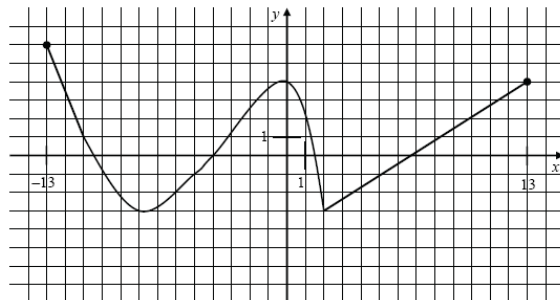
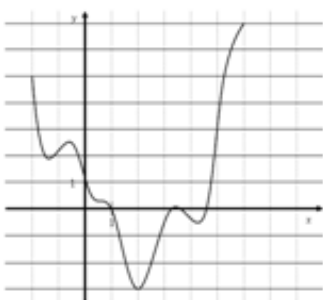
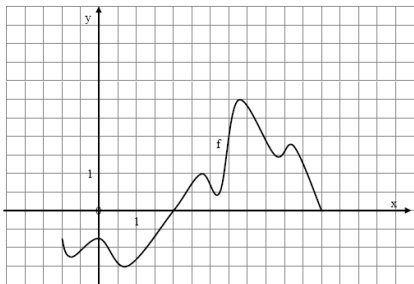


FÜGGVÉNYEK

Adott két nem üres halmaz, az A és a B . Ha az A halmaz minden eleméhez *kölcsönösen egyértelmű módon* hozzárendeljük a B halmaz elemeit, akkor függvényről beszélünk.

$$f: A \rightarrow B, x \mapsto f(x)$$

Fontosabb függvénytulajdonságok: értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőértékek (minimum, maximum), periodicitás, paritás (páros, páratlan).



(1) Konstansfüggvények

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto 3$$

$$f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto -2$$

(2) Elsőfokú (lineáris) függvények

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto 2x - 4$$

$$g: [-3; 5] \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto -2x + 1$$

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto \frac{1}{2}x + 1$$

$$g: [-2; 4] \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto -\frac{3}{2}x + 5$$

(3) Abszolút érték függvények

$$f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto |x|$$

$$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto \sqrt{(x+5)^2}$$

$$h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto -2|x-3| + 4$$

$$f:]0; 7] \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto |x-2|$$

$$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto \sqrt{(x+2)^2} - 1$$

$$h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto -2|x+3| + 6$$

(4) Másodfokú függvények

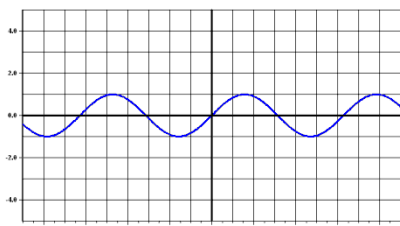
$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto (x+2)^2 - 4$$

$$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto -(x-3)^2$$

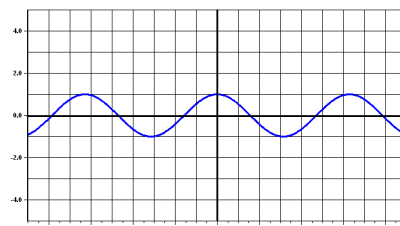
$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto x^2 + 6x + 8$$

$$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto 2x^2 + 1$$

(5) Trigonometrikus függvények



$$f: \mathbf{R} \rightarrow [-1; 1], x \mapsto \sin x$$



$$f: \mathbf{R} \rightarrow [-1; 1], x \mapsto \cos x$$

Adjuk meg a következő függvények értékkészletét és periódusát!

$$x \mapsto 2 \sin x$$

$$x \mapsto \cos 2x$$

$$x \mapsto \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) - 3$$

$$x \mapsto \tan 5x$$

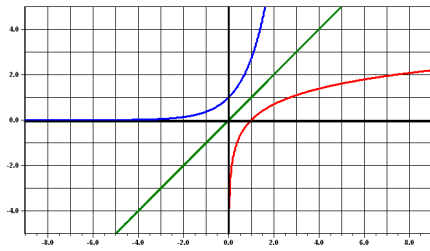
$$x \mapsto 3 \cos x - 2$$

$$x \mapsto \frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{4}$$

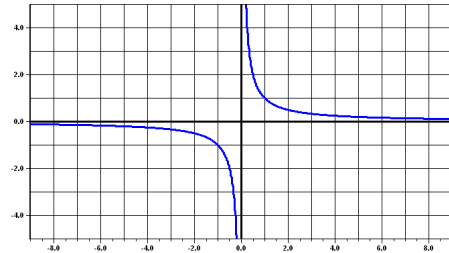
$$x \mapsto \sin \frac{2x}{3}$$

$$x \mapsto \cot \frac{x}{10}$$

(6) Exponenciális és logaritmusos függvények. Törtfüggvények



$$x \mapsto 2^x, \quad x \mapsto x, \quad x \mapsto \log_2 x$$



$$f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$$

EGYENLETEK

Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

1. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket, egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} - \frac{2x^2 - 8}{x + 2} = 3$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 1} = \frac{x + 3}{x^2 + x}$$

$$\frac{3}{x - 2} \leq 1$$

Másodfokú egyenletek

Általános alak: $ax^2 + bx + c = 0$

$$\text{Megoldóképlet: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket!

$$(3x - 2)^2 - (1 - x)^2 = 45 - 20x$$

$$\frac{x}{x^2 - 9} + \frac{x - 3}{x + 3} = \frac{1,25}{x - 3}$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

Diszkrimináns: $D = b^2 - 4ac$

Ha $D > 0$, akkor az egyenletnek két különböző valós gyöke van, ha $D = 0$, akkor az egyenlet két valós gyöke megegyezik (többszörös gyökök), ha $D < 0$, akkor az egyenletnek nincs valós gyöke.

3. Az $x^2 + 6x + p = 0$ egyenletben adjuk meg a p paraméter értékét úgy, hogy az egyenletnek két különböző valós gyöke legyen.

4. Adjuk meg az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2 - 5x + 6p$ függvény hozzárendelési szabályában szereplő p paraméter értékét úgy, hogy a függvénynek ne legyen zérushelye.

Gyöktényezős alak: $ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

5. Adjunk meg olyan másodfokú egyenletet, amelynek a két gyöke a -3 és a 4 .

6. Alakítsuk szorzattá az $x^2 - 5x + 6$ kifejezést!

7. Egyszerűsítsük az alábbi törtet!

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9}$$

$$\frac{a^2 - 7a + 10}{a^2 - 4a + 4}$$

Viéte-formulák: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ és $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

8. Adott az $x^2 + 6x + p = 0$ másodfokú egyenlet. Adjuk meg a p paraméter értékét úgy, hogy
- az egyenlet egyik gyöke az 5 legyen;
 - a gyökök szorzata 12 legyen.
9. Adott az $2x^2 - 5x + c = 0$ másodfokú egyenlet. Adjuk meg a c paraméter értékét úgy, hogy
- az egyenlet egyik gyöke az 1 legyen;
 - a gyökök összege és szorzata megegyezzen.

Szöveges feladatok

Számokkal kapcsolatos, helyiértékes, életkoros, kémiai, fizikai, együttes munkára vonatkozó, geometriai, egyenes és fordított arány, százalékszámítás, stb.

- Bea édesapja két és félszer olyan idős most, mint Bea. 5 év múlva az édesapa 50 éves lesz. Hány éves most Bea? Válaszát indokolja!
- Egy kisüzem 6 egyforma teljesítményű gépe 12 nap alatt gyártaná le a megrendelt csavarmennyiséget. Hány ugyanilyen teljesítményű gépnek kellene dolgoznia ahhoz, hogy ugyanennyi csavart 4 nap alatt készítsenek el?
- Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért?
- Egy konvex sokszögben összesen 90 átló húzható. Mennyi a sokszög belső szögeinek összege?
- Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 9. Ha a számjegyeket felcseréljük, akkor 45-tel nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?
- Összeöntünk 3 liter 20%-os és 2 liter 40%-os savat. Hány %-os lesz az új sav?
- Egy kg alma ára 200 Ft, egy kg körtéé 300 Ft. Összesen 4400 Ft-ért vettünk gyümölcsöt. Ha 20%-kal több almát vennénk és a negyedével kevesebb körtét, akkor 200 Ft-ot spórolnánk. Mennyi almát és körtét vennünk eredetileg?
- A 150 km hosszúságú útszakaszon az egyik gépkocsi 10 km/h sebességgel gyorsabban haladt, ezért fél órával hamarabb ért célba, mint a másik, pedig egyszerre indultak. Mekkora sebességgel haladt a két kocsi?
- Számítsa ki azt a két pozitív számot, amelyek számtani (aritmetikai) közepe 8, mértani (geometriai) közepe pedig 4,8.
- Az erdőgazdaságban háromféle fát nevelnek (fenyő, tölgy, platán) három téglalap elrendezésű parcellában. A tölgyfák parcellájában 4-gyel kevesebb sor van, mint a fenyőfákéban, és minden sorban 5-tel kevesebb fa van, mint ahány fa a fenyő parcella egy sorában áll. 360-nal kevesebb tölgyfa van, mint fenyőfa. A platánok telepítésekor a fenyőkéhez viszonyítva a sorok számát 3-mal, az egy sorban lévő fák számát 2-vel növelték. Így 228-cal több platánfát telepítettek, mint fenyőt.
 - Hány sor van a fenyők parcellájában? Hány fenyőfa van egy sorban?
 - Hány platánfát telepítettek?

Abszolút értékes egyenletek

20. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

$$|x| = 10$$

$$|2x + 1| = 7$$

$$\sqrt{(x + 5)^2} = 2$$

$$|x| = 2x - 6$$

Trigonometrikus egyenletek

21. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{3}$$

$$\tan \frac{x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin \left(2x - \frac{3\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2\sin^2 x + 3\cos x = 0$$