

KOMBINATORIKA

VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS

A. Összeszámlálási alapeladatok

Ismétlés nélküli permutáció

1. Egy nyolcfős úszódöntőben hányféle beérkezési sorrend lehetséges, ha holtverseny nem fordulhat elő.
2. Aladár, Béla, Csaba, Dénes, Elek és Ferdinánd egyszerre érnek egy ajtóhoz, és a küszöböt egymás után lépik át. Hányféleképpen történhet ez meg?
3. Hétfőn angol, magyar, földrajz, testnevelés és történelem órája van a 10.B osztálynak. Hányféle különböző módon készíthető el az osztály hétfői órarendje.
4. Egy hétfős baráti társaság moziba megy. Hányféleképpen ülhetnek le a székekre, ha a jegyek egymás mellé szólnak.
5. A $30!$ hány nullára végződik?

Ismétléses permutáció

1. Hányféle különböző sorrendben írhatók fel a MATEMATIKA szó betűi?
2. Az 1, 1, 2, 2, 2 számjegyekből ötjegyű számokat készítünk. Hányféle különböző megoldás van?
3. Hányféleképpen lehet sorba rakni 3 piros és 4 kék golyót?
4. Hányféleképpen tudunk kitölteni egy TOTÓ szelvényt, ha $13 + 1$ mérkőzésre tippelünk, és hét 1-es, négy 2-es és három x szerepel a szelvényen.
5. Hány olyan hatjegyű szám létezik, amelyben minden számjegy pontosan annyszor szerepel, mint amennyi a számjegy értéke.

Ismétlés nélküli variáció

1. Egy nyolcfős úszódöntőben az első három helyezettet díjazzák. Hányféleképpen történhet ez meg?
2. Egy 33 fős osztályból a tanár kihív négy felelőt egymás után. (Egy ember csak egyszer felelhet.) Hányféle különböző módon lehet kihívni a felelőket?
3. Egy tombolahúzás alkalmával 100 különböző sorsszámú jegyet adtak el, és öt különböző értékű ajándék vár gazdára. Hányféleképpen alakulhat a sorsolás?
4. Nyolc színből hány különböző háromcsíkos zászló készíthető? (Egy szín csak egyszer használható.)
5. A 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával (mindegyiket csak egyszer) elkészítjük az összes négyjegyű számot. Ezek közül hány lesz osztható öttel?

Ismétléses variáció

1. Hányféleképpen lehet kitölteni egy TOTÓ szelvényt?
2. Egy pénzermével hétszer dobunk egymás után. Hányféle dobássorozat lehetséges?
3. Egy 10 házból álló házsorot szeretnénk kifesteni. Hányféle kifestés van, ha 4-féle festékünk van?
4. Hány olyan hatjegyű szám van a tízes számrendszerben, amely osztható 5-tel?
5. Egy dobókockával ötször dobunk egymás után, és a kapott számjegyeket balról jobbra írva ötjegyű számokat készítünk. Ezek közül hány lesz osztható 4-gyel?

Ismétlés nélküli kombináció

1. Hányféleképpen lehet kitölteni egy ötöslottó-szelvényt? (A játék során 90 számból kell bejelölni 5-öt.)
2. Egy 33 fős osztályból hányféleképpen tud a tanár öt felelőt kiválasztani?
3. Egy tízfős társaságban mindenki mindenkivel kezet fog. Hány kézfogás történik.
4. Egy nyolcelemű halmaznak hány háromelemű részhalmaza van?
5. Hányféleképpen lehet kiolvasni az alábbi táblázatból a LAPOSÜVEG szót, ha a táblázat bal felső sarkából a jobb alsó sarkába haladunk, és csak jobbra illetve lefelé léphetünk.

L	A	P	O	S	Ü
A	P	O	S	Ü	V
P	O	S	Ü	V	E
O	S	Ü	V	E	G

Ismétléses kombináció

1. Öt teljesen egyforma reklámújságot szeretnénk elhelyezni nyolc postaládába úgy, hogy egy postaládába akár több újság is kerülhet. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?
2. Egy tízfős társaságban négy könyvet osztunk szét. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, a a könyvek egyformák, és egy ember több könyvet is kaphat.

B. Összetett kombinatorikai feladatok

1. Hányféleképpen tudunk leültetni tíz embert egy kör alakú asztalhoz?
2. Hány pozitív osztója van a 240-nek?
3. Öt nőt és hat férfit sorba állítunk. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha
 - a) a férfiak elöl állnak;
 - b) a férfiak hátul állnak;
 - c) nincs semmilyen feltétel a felállításra;
 - d) két férfi nem állhat egymás mellett.

4. Egy 22 fős labdarúgó keretben 2 kapus, 8 hátvéd, 7 középpályás és 5 csatár van. Hányféleképpen lehet összeállítani a csapatot, ha a játékosok 1 – 4 – 4 – 2 felállásban fociznak.
5. Az A, E, K, M, T betűkből (mindegyiket csak egyszer használva) elkészítjük az összes lehetséges ötbetűs szót, majd ezeket ábécé sorrendben egymás alá írjuk. Hányadik lesz ebben a felsorolásban a MATEK szó?

C. Események valószínűsége

1. Egy dobókockával dobva mekkora valószínűséggel kaphatunk négyzetszámot?
2. Egy dobókockával háromszor dobunk egymás után. Mekkora a valószínűsége annak, hogy egyik szám sem a 6-os?
3. Egy négyzet négy csúcsa közül kiválasztunk kettőt. Mekkora a valószínűsége annak, hogy az így megadott két csúcs a négyzet egyik átlójának két végpontja?
4. Egy 24 fős osztály diákbizottsági elnököt és titkárt választ. Mekkora a valószínűsége annak, hogy Aladár valamelyik tisztséget a kettő közül megkapja?
5. Nyolc különböző magasságú embert sorba állítunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a legmagasabb és a legalacsonyabb egymás mellé kerül?
6. Aladár, Béla, Csaba, Dezső és Elemér leülnek egymás mellé. Mekkora a valószínűsége annak, hogy Aladár és Elemér ül a sor két szélén?
7. Egy rulett keréken a helyek 0-tól 36-ig vannak számozva. Minden pörgetésnél a golyó egy számnál áll meg. Kétszer megpörgetjük a rulett kereket. Mekkora a valószínűsége annak, hogy mindkét esetben páratlan számot kapunk?
8. Egy 33 fős osztályban a tanár három diákkal egyszerre írat dolgozatot az első padokban. Mekkora a valószínűsége annak, hogy te is a felelők között vagy?
9. Az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből – mindegyiket csak egyszer használva – ötjegyű számokat készítünk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kapott szám
 - a) páratlan;
 - b) osztható 3-mal;
 - c) osztható 4-gyel;
 - d) osztható 5-tel;
 - e) osztható 6-tal;
 - f) osztható 10-zel;
 - g) 50 000-nél nagyobb.
10. Mekkora a valószínűsége annak, hogy kettesünk van az ötöslottón?
11. Mekkora a valószínűsége annak, hogy hármasunk van az ötöslottón?
12. Mekkora a valószínűsége annak, hogy négyesünk van az ötöslottón?
13. Egy pénzérmével ötször dobunk egymás után. Mekkora a valószínűsége annak, hogy nem dobunk fejet?
14. Egy pénzérmével ötször dobunk egymás után. Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan kétszer dobunk fejet?

15. Két különböző színű dobókockával egyszerre dobunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege 7?
16. Két különböző színű dobókockával egyszerre dobunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege 10-nél nagyobb?
17. Egy kockának minden oldallapját pirosra festjük, majd a kockát 64 darab kis kockára daraboljuk szét. Ezek közül a kis kockák közül véletlenszerűen választunk hármat. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott kis kockák mindegyike csak az egyik oldalán piros?
18. Egy kockának minden oldallapját kékre festjük, majd a kockát 125 darab kis kockára daraboljuk szét. Ezek közül a kis kockák közül véletlenszerűen választunk négyet. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott kis kockák egyik oldala sem kék?
19. A 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm és 7 cm hosszúságú pálcákból kiválasztunk hármat. Mekkora a valószínűsége annak, hogy ebből a három pálcából ki tudunk rakni egy háromszöget?
20. A 32 lapos magyar kártyából találomra kiveszünk négy lapot. Mekkora a valószínűsége annak, hogy
 - a) mindegyik lap piros;
 - b) egyik lap sem piros;
 - c) pontosan két piros lap van a kihúzottak között;
 - d) kihúztuk a piros ászt;
 - e) nincs ász a kihúzottak között;
 - f) van ász a kihúzottak között?
21. A 32 lapos magyar kártyából találomra kiveszünk három lapot. Mekkora a valószínűsége annak, hogy
 - a) mindegyik lap ász;
 - b) egyik lap sem ász;
 - c) van ász a kihúzottak között.
22. Egy dobókockával ötször dobunk egymás után. Mekkora a valószínűsége annak, hogy legalább egyszer páratlan számot dobunk?
23. Egy pénzérmével hatszor dobunk egymás után. Mekkora a valószínűsége annak, hogy legalább egyszer fejet dobunk?
24. Egy dobozban 15 piros és 10 kék golyó van. Találomra kiveszünk 5 golyót. Mekkora a valószínűsége annak, hogy pontosan 3 golyó lesz piros?
25. Egy csavargárban egy munkanap során 1000 darab csavart készítenek, amelyek 10%-a selejtes. A nap végén véletlenszerűen kiveszünk 200 csavart a legyártottakból. Mekkora a valószínűsége annak, hogy ezek között 30 hibás lesz?
26. Egy tojásfarmon a tojások 5%-a nem felel meg a minőségi előírásoknak. Ha kiválasztunk találomra 20 tojást, akkor mekkora valószínűséggel mondhatjuk, hogy azok negyede hibás?
27. Egy futballklub játékosainak harmada 30 évnél idősebb. Ha megkérdezzük a játékosok közül tízet, akkor mekkora valószínűséggel mondhatjuk azt, hogy közülük csak 4 lesz 30 évnél idősebb?